

# Dynamic Texture Synthesis using Non-Linear Stochastic PDEs

*Advisor-s: Jonathan Vacher, MAP5 (UMR 8145), UPCité, jonathan.vacher@u-paris.fr  
 Marcela Spozos, MAP5 (UMR 8145), UPCité, marcela.szopos@u-paris.fr*

**Location** MAP5, UPCité, 45 Rue de Saints-Pères, 75006 Paris.

**Domain** Texture synthesis is a sub-area of image synthesis where the goal is to generate naturalistic texture images. Texture synthesis has applications in computer graphics where providing new texture samples is important to reach graphic realistic environments appearance. In addition, texture synthesis is also useful to study vision where it is desirable to have an interpretable mathematical model of texture generation. Dynamic texture synthesis is less studied because it involve higher dimensional data, but it is not less important.

**Advisor-s** Jonathan Vacher is associate professor at Universit  Paris Cité in the Imaging team of the MAP5 laboratory. He is interested in developing mathematically grounded visual stimulation models to probe visual perception in both psychophysics and electrophysiology. Marcela Spozos is professor at Universit  Paris Cité in of Modeling, Analysis & Simulation team the MAP5 laboratory. Her efforts focus on developing new PDEs-based mathematical and computational methods for analyzing biological flows as complex multiphysics and multiscale phenomena.

**Objective** The aim of this internship is to extend previous works in dynamic texture synthesis [1]. The path towards this aim will involve solving inverse problems using shallow neural networks and simulating stochastic partial differential equations (see Figure 1 and details).

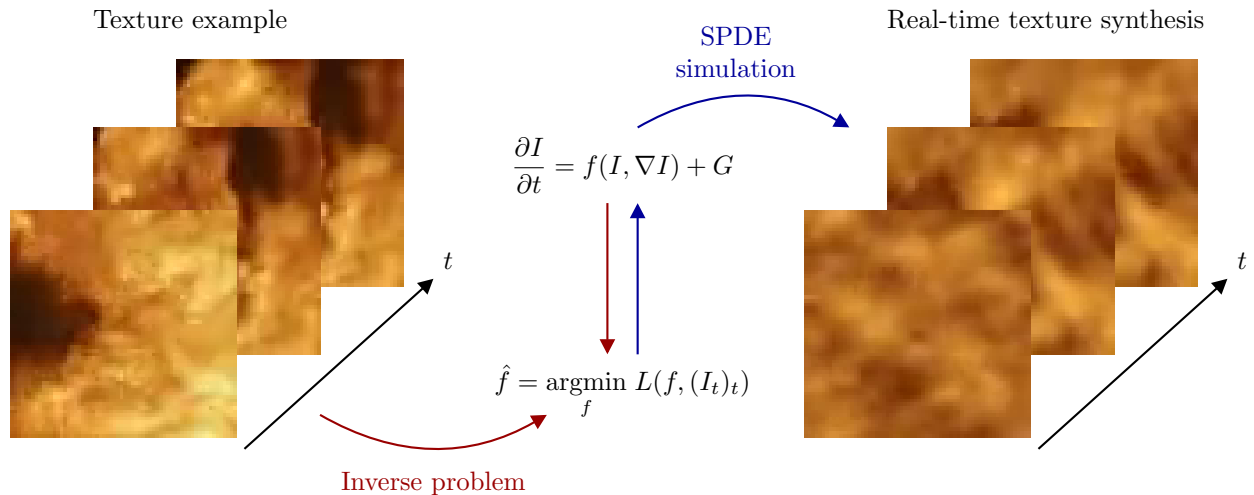


Figure 1: Visual summary of the internship: from inverse problem formulation to numerical simulation of SPDEs.

**Candidate profile** The ideal candidate is interested in statistics, probabilities, PDEs, numerical simulation and computer vision. The work will involve the formulation of the inverse problem, the implementation of an algorithm to solve it and numerical simulation to perform dynamic texture synthesis. The candidate is familiar with `python` and has a basic knowledge of `pytorch`.

**Details** Previously proposed model are linear and therefore they only allow to synthesize a restricted set of natural textures that are well represented by stationary Gaussian fields. In order to achieve the synthesis of a broader set of natural textures the idea is to use a class of non-linear SPDEs. Precisely, we will assume that a dynamic texture  $I$  is the solution of an Hamilton-Jacobi equation

$$\frac{\partial I}{\partial t} = f(I, \nabla I) + G \quad \text{where } f \text{ is a non-linear function and } G \text{ is a white noise in time.}$$

In practice, we will parameterize  $f$  using a 1-layer neural network with a non-linearity which has been shown to be minimally sufficient to generate spatially appealing textures [2]. Inference can be achieved by formulating the inverse problem in a similar fashion to the linear case [3] (section I.4). The first step will be based on finite difference approximation of the SPDE which corresponds to a non-linear auto-regressive process.

# Synthèse de Textures Dynamiques avec des EDP Non-Linéaires Stochastiques

*Encadrant.e.s: Jonathan Vacher, MAP5 (UMR 8145), UPCité, jonathan.vacher@u-paris.fr  
Marcela Spozos, MAP5 (UMR 8145), UPCité, marcela.szopos@u-paris.fr*

**Localisation** MAP5, UPCité, 45 Rue de Saints-Pères, 75006 Paris.

**Domaine** La synthèse de texture est un sous-domaine de la synthèse d'image dont l'objectif est de générer des images de texture d'apparence naturelle. La synthèse de texture trouve des applications dans l'infographie où il est important de fournir de nouveaux échantillons de texture pour obtenir une apparence réaliste des environnements générés. En outre, la synthèse de texture est également utile pour l'étude de la vision, où il est souhaitable de disposer d'un modèle mathématique interprétable de la génération de texture. La synthèse de texture dynamique est moins étudiée parce qu'elle implique des données de plus grande dimension, mais elle n'en est pas moins importante.

**Encadrant.s** Jonathan Vacher est Maître de Conférence à l'Université Paris Cité dans l'équipe Images du laboratoire MAP5. Il s'intéresse au développement de modèles de stimulation visuelle mathématiquement fondés pour étudier la perception visuelle en psychophysique et en électrophysiologie. Marcela Spozos est professeur à l'Université Paris Cité dans l'équipe Modélisation, Analyse & Simulation du laboratoire MAP5. Ses travaux portent sur le développement de nouvelles méthodes mathématiques et informatiques basée sur les EDPs pour l'analyse des flux biologiques en tant que phénomènes multiphysiques et multi-échelles complexes.

**Objectif** L'objectif de ce stage est d'étendre les travaux antérieurs en synthèse de texture dynamique [1]. Atteindre cet objectif impliquera la résolution de problèmes inverses à l'aide de réseaux neuronaux peu profonds et la simulation d'équations différentielles partielles stochastiques (voir Figure 1 et détails).

**Profil du candidat ou de la candidate idéal.e** s'intéresse aux statistiques, aux probabilités, aux EDP, à la simulation numérique et à la vision par ordinateur. Le travail comprendra la formulation du problème inverse, l'implémentation d'un algorithme pour le résoudre et la simulation numérique pour effectuer la synthèse dynamique de texture. Le candidat est familier avec `python` et a une connaissance de base de `pytorch`.

**Détails** Les modèles proposés précédemment sont linéaires et ne permettent donc de synthétiser qu'un ensemble restreint de textures naturelles qui sont bien représentées par des champs gaussiens stationnaires. Afin de réaliser la synthèse d'un ensemble plus large de textures naturelles, l'idée est d'utiliser une classe d'EDPs non-linéaires. Précisément, nous supposons qu'une texture dynamique  $I$  est la solution d'une équation de Hamilton-Jacobi

$$\frac{\partial I}{\partial t} = f(I, \nabla I) + G \quad \text{où } f \text{ est une fonction non linéaire et } G \text{ est un bruit blanc dans le temps.}$$

En pratique, nous paramètrons  $f$  en utilisant un réseau de neurones à une couche avec une non-linéarité qui s'avère être suffisant pour générer des textures d'apparence naturelle [2]. L'inférence peut être réalisée en formulant le problème inverse d'une manière similaire au cas linéaire [3] (section I.4). La première étape sera basée sur l'approximation par différences finies de l'EDP qui correspond à un processus auto-régressif non linéaire.

## References

- [1] Jonathan Vacher et al. "Bayesian modeling of motion perception using dynamical stochastic textures". In: *Neural computation* 30.12 (2018), pp. 3355–3392. DOI: 10.1162/neco\_a\_01142.
- [2] Ivan Ustyuzhaninov et al. "What does it take to generate natural textures?" In: *International conference on learning representations*. 2022.
- [3] Jonathan Vacher. "Dynamic Textures Synthesis for Probing Vision in Psychophysics and Electrophysiology". PhD thesis. Paris Dauphine University, 2017.